ВІННИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ

УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ МИХАЙЛА КОЦЮБИНСЬКОГО

Факультет математики, фізики і технологій

Кафедра алгебри і методики навчання математики

Курсова робота

з методики навчання математики

на тему:

**Методика навчання учнів розв'язуванню планіметричних задач на побудову із використанням інтерактивних технологій**

**Виконала:**

студентка 4-го курсу

спеціальності 014 Середня освіта

(Математика)

Байда Каріна Ігорівна

**Науковий керівник:**

Старший викладач

Тютюнник Діана Олегівна

Оцінка: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Члени комісії \_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали)

\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали)

Вінниця-2024

**ЗМІСТ**

**Вступ**

**1. Вікові особливості учнів 7 класу у контексті навчання геометрії**

1.1. Особливості розвитку мислення та сприйняття просторових форм учнями 7 класу

1.2. Психологічні та педагогічні аспекти засвоєння геометричного матеріалу на цьому етапі

**2. Особливості курсу геометрії у 7 класі з акцентом на задачах на побудову**

2.1. Роль геометрії у формуванні математичного мислення учнів середньої школи

2.2. Аналіз програми 7 класу, основні теми та завдання, зокрема задачі на побудову

**3. Методика формування знань, умінь та навичок учнів у розв'язуванні планіметричних задач на побудову**

3.1. Стратегії формування інтересу до вивчення планіметрії через завдання на побудову

3.2. Методи розвитку просторового мислення учнів 7 класу через інтерактивні вправи

3.3. Ознайомлення учнів з різновидами планіметричних задач на побудову, адаптованих для 7 класу

3.4. Використання інтерактивних інструментів, таких як динамічна геометрія (GeoGebra), для розв’язання задач

**4. Особливості організації самостійної роботи учнів 7 класу з використанням інтерактивних технологій для розв’язання планіметричних задач на побудову**

4.1. Створення умов для самостійного дослідження та закріплення знань через використання цифрових та інтерактивних інструментів

4.2. Методичні рекомендації для ефективної самостійної роботи учнів з планіметричними задачами

**Висновки**

**ВСТУП**

**Актуальність дослідження** методики навчання геометрії у середній школі обумовлена сучасними викликами в освітньому процесі, які вимагають оновлення підходів до викладання математичних дисциплін. Геометрія, як одна з фундаментальних частин шкільного курсу математики, розвиває просторове мислення, уяву та здатність аналізувати. Проте традиційні методи навчання часто не забезпечують достатньої мотивації учнів до вивчення геометрії, що призводить до втрати інтересу та труднощів у розумінні матеріалу [6]. У зв’язку з цим, зростає потреба у нових підходах, які б сприяли зацікавленню учнів і допомагали б їм формувати практичні навички.

Сучасні дослідження також підкреслюють важливість застосування інтерактивних технологій і міжпредметних зв'язків у викладанні геометрії, що дозволяє інтегрувати знання з інших дисциплін і розвивати аналітичні здібності учнів [4]. Це особливо важливо у світлі розвитку компетентнісної освіти, яка спрямована на те, щоб учні могли не лише засвоювати знання, але й активно їх застосовувати у повсякденному житті. Враховуючи цей контекст, дослідження методики навчання геометрії є необхідним для підвищення якості освіти та розвитку нових підходів, які відповідатимуть сучасним вимогам.

Проблематика методики навчання геометрії у середній школі вже давно привертає увагу науковців та педагогів. Зокрема, Бурда М. І. та Тарасенкова Н. А. у своїх працях розглядали питання формування геометричних понять у школярів, зокрема у підручниках для середніх класів [1], [2]. Вони підкреслюють значення застосування допоміжних елементів, що полегшують учням розуміння задач на побудову та інших складних завдань, що підвищує рівень засвоєння матеріалу.

Бевз Г. П., співавтор посібника для вчителів з методики викладання геометрії у 7 класі, також вніс значний внесок у розробку методичних підходів для викладання геометрії, зокрема акцентуючи на важливості використання прикладних задач, які сприяють розвитку творчого мислення у школярів [3]. Окрім того, Бойко Л. досліджувала вплив міжпредметних зв’язків математики та фізики на процес навчання геометрії, вказуючи на значну роль інтеграції знань з різних дисциплін для формування цілісного розуміння математичних концепцій [4].

Також слід зазначити роботи Матяш О. І., яка акцентувала на прикладній спрямованості у викладанні планіметрії, а також розробила низку методичних вказівок для організації навчання геометрії в школі. Її праці містять рекомендації щодо систематизації знань, формування вмінь та розвитку творчого мислення учнів [10], [11]. Істер О. С. та Мерзляк А. Г. є авторами шкільних підручників з геометрії, які активно використовуються у навчальному процесі і базуються на сучасних методичних підходах, спрямованих на активізацію пізнавальної діяльності учнів [6], [15].

Таким чином, питання методики викладання геометрії досліджується багатьма українськими педагогами та науковцями, проте воно залишається актуальним і потребує подальших розвідок у контексті сучасних викликів освіти, особливо щодо впровадження інноваційних методів і інтерактивних засобів навчання.

**Мета дослідження:** дослідження та аналіз методичних підходів до навчання математики, зокрема геометрії, у середній школі.

Досягнення цієї мети потребує виконання наступних **завдань:**

1. вивчити основні методи викладання геометрії в 7-9 класах;
2. дослідити значення використання міжпредметних зв'язків у навчанні математики;
3. проаналізувати ефективність застосування інтерактивних технологій у навчанні;
4. розглянути можливості розвитку творчих здібностей учнів через розв’язування геометричних задач.

**Об'єктом дослідження** є процес навчання математики в середній школі.

**Предмет дослідження:** методика навчання геометрії як складова процесу викладання математики, що охоплює методичні підходи, засоби та прийоми викладання.

Для досягнення поставленої мети використовувались такі **методи дослідження:** аналіз літературних джерел, порівняння методичних підходів, а також практичне спостереження та опитування вчителів і учнів.

**ВІКОВІ ОСОБЛИВОСТІ УЧНІВ 7 КЛАСУ У КОНТЕКСТІ НАВЧАННЯ ГЕОМЕТРІЇ**

**1.1. Особливості розвитку мислення та сприйняття просторових форм учнями 7 класу**

Середній шкільний вік, до якого належать учні 7 класу, є періодом значних змін у психологічному розвитку дитини. Вікові особливості учнів цього віку визначаються переходом від конкретного мислення до більш абстрактних форм. На даному етапі учні розвивають здатність до складних розумових операцій, таких як аналіз, синтез, узагальнення, та формують уміння оперувати просторовими об’єктами. У контексті навчання геометрії це означає, що учні здатні не лише сприймати об'єкти на площині, але й уявляти їх у тривимірному просторі, що є основою для розуміння та засвоєння геометричних понять і теорем [7].

Науковці, такі як Бурда М. І. та Тарасенкова Н. А., у своїх працях наголошують на тому, що у 7 класі відбувається суттєвий перехід від конкретно-образного до понятійного мислення, що дозволяє учням будувати більш узагальнені знання про геометричні об'єкти [1]. Це стає можливим завдяки поступовому оволодінню такими операціями, як вміння порівнювати об'єкти за різними властивостями, абстрагувати загальні ознаки та розглядати їх незалежно від конкретних зображень. Такий перехід є основою для формування структурного мислення, коли учні здатні побачити взаємозв’язки між різними елементами геометричних фігур, що підвищує їх здатність до розв’язування складних задач.

Розвиток мислення у цьому віці тісно пов'язаний зі сприйняттям просторових форм, яке поступово переходить на новий рівень. Як відзначає Коростіянець Т. П., учні 7 класу починають свідомо використовувати навички уявного маніпулювання об’єктами, що є важливим етапом у розвитку просторового уявлення [7]. Це дозволяє учням не лише розпізнавати фігури на площині, але й уявляти їх у тривимірному просторі, що є надзвичайно важливим для побудови чіткого образу геометричних об'єктів. Таке вміння є основою для подальшого розуміння складніших понять, таких як площини, обертання та симетрії.

Бевз Г. П. зазначає, що у цьому віці важливо впроваджувати завдання на побудову та аналіз геометричних фігур, які сприяють формуванню в учнів просторових уявлень [3]. Наприклад, задачі на побудову можуть передбачати виконання кроків зі створення конкретної фігури або форми на площині, що не тільки тренує вміння аналізувати, але й сприяє розвитку візуалізації та оперування з просторовими об’єктами. Це також дає змогу учням краще зрозуміти сутність математичних відношень та зв'язків, що у майбутньому полегшить засвоєння складніших тем.

Проблематика вікового сприйняття просторових форм також розглядається Ненхо Т., яка досліджує, як навчання геометрії може сприяти розвитку різних видів мислення, включаючи аналітичне та творчо-конструктивне [18]. Вона вказує на те, що задачі на побудову не лише допомагають учням краще зрозуміти просторові відношення, але й створюють можливості для розвитку творчого підходу до розв'язання задач, що підвищує мотивацію та цікавість до предмету.

Ще однією важливою складовою навчання є вміння аналізувати властивості об’єктів і будувати логічні висновки. Згідно з дослідженнями Істера О. С., у 7 класі учні можуть вчитися виділяти основні елементи у складній задачі, що сприяє формуванню структурного мислення [6]. Це дозволяє їм не лише виконувати розрахунки, але й розуміти сутність кожного елемента у загальній побудові фігури, що формує основу для подальшого навчання та дослідження складніших тем.

Таким чином, у 7 класі відбувається інтенсивний розвиток абстрактного мислення і здатності до сприйняття просторових форм. Це є важливим етапом для подальшого навчання геометрії, адже саме в цей період формуються ключові компетенції, що забезпечують успішне опанування складніших геометричних понять та методів. Оптимізація методичних підходів до навчання, які враховують ці вікові особливості, є необхідною умовою для ефективного розвитку просторового мислення та засвоєння математичних знань.

**1.2. Психологічні та педагогічні аспекти засвоєння геометричного матеріалу на цьому етапі**

Засвоєння геометричних понять учнями 7 класу потребує врахування певних психологічних та педагогічних аспектів, що визначають ефективність навчального процесу. У цьому віці учні продовжують розвивати свої когнітивні здібності, зокрема абстрактне мислення, яке є важливим для розуміння складних математичних структур. Проте процес засвоєння геометрії потребує поступовості, а також використання різноманітних навчальних методів, що допомагають учням ефективно опановувати нові знання, не перенавантажуючи їх когнітивні ресурси [7].

Одним із ключових психологічних аспектів на цьому етапі є формування в учнів впевненості у своїх здібностях до вивчення геометрії. Геометричні задачі, особливо ті, що потребують абстрактного мислення і просторових уявлень, можуть здаватися складними, а це, своєю чергою, може призводити до зниження мотивації. Тому важливо створювати навчальні ситуації, в яких учні мають можливість успішно розв’язувати задачі поступово підвищеної складності. Це сприяє розвитку позитивної самооцінки та впевненості у власних здібностях [4].

З педагогічної точки зору, засвоєння геометрії вимагає активної участі учнів у навчальному процесі. Для цього використовують методи проблемного навчання, які сприяють формуванню навичок критичного мислення та дозволяють учням глибше усвідомити взаємозв’язки між елементами геометричних конструкцій. Застосування задач на побудову, наприклад, дозволяє учням не тільки вивчати теорію, але й активно застосовувати її для розв’язання конкретних завдань. Це сприяє розвитку аналітичного мислення та покращенню розуміння структури геометричних об'єктів [1].

Інтерактивні методи навчання також є ефективними на цьому етапі. Використання інтерактивної дошки та спеціальних програм для моделювання геометричних об’єктів дозволяє учням краще візуалізувати поняття та операції з геометричними фігурами, що підвищує ефективність засвоєння матеріалу. Крім того, такі засоби сприяють зростанню інтересу учнів до навчання та покращують їх здатність до самостійного аналізу й маніпуляцій із геометричними формами [10].

Значну роль у навчанні відіграє індивідуалізація підходу, що враховує особистісні особливості кожного учня, зокрема їхній рівень підготовки та здібності до просторового мислення. Розробка завдань з урахуванням різного рівня складності дозволяє охопити різні категорії учнів, забезпечуючи адаптацію навчального матеріалу до їхніх індивідуальних потреб. Такий підхід допомагає уникнути перевантаження учнів, створюючи умови для їхнього поступового розвитку в контексті геометричного мислення [6].

Отже, врахування психологічних та педагогічних аспектів засвоєння геометричного матеріалу є необхідною умовою для ефективного навчання. Оптимізація методів викладання, орієнтована на розвиток когнітивних і мотиваційних аспектів, дозволяє учням більш усвідомлено засвоювати знання і розвивати необхідні для подальшого навчання навички.

**ОСОБЛИВОСТІ КУРСУ ГЕОМЕТРІЇ У 7 КЛАСІ З АКЦЕНТОМ НА ЗАДАЧАХ НА ПОБУДОВУ**

**2.1. Роль геометрії у формуванні математичного мислення учнів середньої школи**

Геометрія є важливим компонентом шкільного курсу математики, що сприяє формуванню в учнів здатності до логічного та структурного мислення. Вивчення геометрії допомагає учням зрозуміти основні принципи, що лежать в основі просторових відношень, симетрії та пропорцій, які є необхідними не лише для подальшого вивчення математики, а й для розвитку загального наукового мислення. Геометричні поняття дозволяють учням аналізувати властивості просторових об'єктів, бачити взаємозв’язки між ними, що формує здатність оперувати абстрактними категоріями та будувати логічні висновки. На цьому етапі учні не просто знайомляться з основними поняттями, але й вчаться встановлювати зв’язки між ними, що є важливою складовою розвитку математичної грамотності [3].

Задачі на побудову є невіддільною частиною курсу геометрії, і вони відіграють значну роль у формуванні просторової уяви та здатності до абстрагування. Такі задачі потребують від учнів аналізу умов, розуміння структури задачі та послідовного виконання кожного кроку з метою досягнення правильного результату. Цей вид діяльності сприяє розвитку критичного мислення, оскільки учням доводиться обирати найоптимальніший шлях до розв’язання задачі, оцінюючи можливі варіанти дій. Крім того, задачі на побудову допомагають учням закріпити теоретичні знання, перетворюючи їх у практичні вміння, що є важливим етапом для засвоєння нових тем [1].

Курс геометрії у середній школі закладає основу для розвитку вмінь розв'язувати задачі, які мають практичне значення і можуть бути застосовані у реальних життєвих ситуаціях. Наприклад, знання про геометричні форми та їх властивості допомагає у проєктуванні об'єктів, розумінні співвідношень і структур у навколишньому світі. Таким чином, геометрія не тільки допомагає учням краще орієнтуватися у власному середовищі, але й підвищує їхню математичну грамотність і здатність мислити абстрактно, що має значення для подальшого навчання та формування наукового підходу до розв’язання проблем.

**2.2. Аналіз програми 7 класу, основні теми та завдання, зокрема задачі на побудову**

Програма з геометрії для 7 класу включає базові теми, спрямовані на формування уявлень про геометричні об'єкти та їх властивості. Основними темами є вивчення відрізків і кутів, основні властивості трикутників, кола і окружності, а також основні принципи побудови геометричних фігур на площині. Ці теми закладають фундаментальні знання, які потрібні учням для подальшого вивчення геометрії у старших класах [6].

Одним із ключових завдань курсу є освоєння задач на побудову, які відіграють значну роль у розвитку просторової уяви та аналітичного мислення. Ці задачі потребують від учнів уміння ретельно аналізувати умови задачі, виділяти важливі елементи та послідовно виконувати дії для досягнення необхідного результату. Наприклад, у процесі вивчення трикутників учням пропонують задачі на побудову за трьома сторонами або за двома сторонами та кутом між ними, що допомагає розвивати навички конструювання і розуміння структурних взаємозв'язків [7].

Програма також передбачає поступове ускладнення задач, що дає можливість учням розвивати впевненість у власних знаннях та здатність вирішувати завдання більшої складності. Виконання таких задач сприяє закріпленню знань про геометричні об’єкти та розвиває вміння застосовувати теоретичні знання на практиці. Це створює основу для подальшого навчання, де учні зможуть ефективніше засвоювати складніші теми, такі як подібність трикутників та теорема Піфагора [1].

Таким чином, програма з геометрії у 7 класі передбачає всебічний розвиток геометричних навичок та знань, особливу увагу приділяючи задачам на побудову як ефективному інструменту формування математичного мислення.

**МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ ЗНАНЬ, УМІНЬ ТА НАВИЧОК УЧНІВ У РОЗВ’ЯЗУВАННІ ПЛАНІМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ НА ПОБУДОВУ**

**3.1. Стратегії формування інтересу до вивчення планіметрії через завдання на побудову**

Формування інтересу до вивчення планіметрії вимагає використання стратегій, які стимулюють активну залученість учнів до процесу розв’язання геометричних задач. Завдання на побудову є одним з найбільш ефективних інструментів, які дозволяють учням не лише закріпити теоретичні знання, але й застосувати їх на практиці, що підвищує мотивацію до навчання [7]. Розв’язання подібних задач дає змогу учням побачити реальні застосування геометрії, розвиваючи в них інтерес до предмету та розуміння його значущості в повсякденному житті [4].

Одним із методів, що сприяють формуванню інтересу, є використання задач на побудову, пов'язаних із практичними ситуаціями. Наприклад, завдання, де учням пропонують побудувати певну геометричну фігуру з реальними параметрами або використати отримані знання для моделювання простих об’єктів, допомагають учням краще зрозуміти, як застосовуються математичні принципи в реальному світі [6]. Цей підхід також сприяє розвитку навичок аналітичного мислення, адже кожна задача на побудову потребує розуміння її структури та логічної послідовності дій.

Іншою стратегією є поступове ускладнення задач, що дає можливість учням розвивати впевненість у власних можливостях і стимулює інтерес до вивчення складніших аспектів планіметрії. Завдання, які вимагають креативного підходу та нестандартних рішень, підвищують рівень залученості та цікавість до предмету, оскільки учні мають можливість не тільки дізнаватися нові факти, але й самостійно відкривати їх через практику [1].

Значну роль у формуванні інтересу до планіметрії відіграє інтеграція сучасних технологій у навчальний процес. Використання інтерактивних засобів, таких як програми для побудови геометричних фігур, допомагає учням легше візуалізувати абстрактні поняття та полегшує процес розуміння складних взаємозв’язків між елементами фігур. Ці засоби також дозволяють учням самостійно експериментувати з побудовами, що підвищує їх інтерес до предмету і стимулює до самостійного вивчення [10].

Отже, використання задач на побудову у навчанні планіметрії допомагає не тільки закріпити теоретичні знання, але й розвивати інтерес до предмету, що є важливим елементом успішного навчання.

**3.2. Методи розвитку просторового мислення учнів 7 класу через інтерактивні вправи**

Розвиток просторового мислення в учнів 7 класу є важливим завданням у навчанні геометрії, оскільки це вміння допомагає краще зрозуміти і оперувати геометричними поняттями. Сучасна методика пропонує інтерактивні вправи як ефективний спосіб для досягнення цієї мети. Інтерактивні завдання дозволяють учням більш наочно уявити складні геометричні об’єкти та їх властивості, сприяючи глибшому розумінню матеріалу.

Одним із методів є використання цифрових моделей, які дозволяють учням взаємодіяти з геометричними фігурами у тривимірному просторі. Цей підхід дає можливість учням обертати, змінювати розміри та структуру об’єктів, що сприяє розвитку просторової уяви. Наприклад, завдання на побудову фігур у цифровому середовищі дозволяють учням експериментувати з різними варіантами рішень і аналізувати вплив змін на властивості фігури [9].

Іншим методом є використання інтерактивних дошок і програм для побудови геометричних конструкцій. Ці засоби дозволяють учням виконувати вправи на побудову в реальному часі, спостерігаючи за взаємодією різних елементів фігури. Зокрема, такі вправи як побудова трикутників, кутів або перетинів фігур на інтерактивній дошці допомагають учням краще розуміти геометричні властивості та їх застосування [14].

Також ефективним є використання вправ на просторове орієнтування, де учням пропонується виконувати завдання, що потребують уявного обертання чи зміни положення об’єктів у просторі. Це можуть бути задачі на уявну побудову симетричних фігур або визначення взаємного розташування об’єктів. Подібні завдання сприяють розвитку вмінь мислити у трьох вимірах і допомагають учням розвинути навички, необхідні для успішного вивчення геометрії [18].

Таким чином, інтерактивні вправи є ефективним засобом для розвитку просторового мислення учнів 7 класу, адже вони дозволяють більш наочно та доступно опановувати складні геометричні поняття і сприяють кращому засвоєнню знань.

**3.3. Ознайомлення учнів з різновидами планіметричних задач на побудову, адаптованих для 7 класу**

Задачі на побудову є одним із основних інструментів для розвитку навичок просторового мислення та глибшого розуміння геометрії. Вивчення різновидів цих задач у 7 класі дозволяє учням поступово опановувати ключові принципи планіметрії та вчитися застосовувати їх на практиці. Нижче наведені типові приклади задач, адаптованих до рівня учнів, які допомагають їм краще зрозуміти основи побудови геометричних фігур.

*Таблиця 1. Приклади задач на побудову*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Тип задачі на побудову** | **Опис** | **Приклад завдання** |
| **Побудова трикутника за трьома сторонами** | Базовий тип задач для навчання побудови фігур. Учні визначають довжини, кути та пропорції, виконуючи побудову поетапно з використанням лінійки та циркуля. | "Побудувати трикутник зі сторонами 5 см, 7 см та 8 см". |
| **Побудова кута заданої величини** | Завдання на побудову кута певного градуса для вивчення кутових величин. Учні використовують транспортир для вимірювання та побудови кутів різних видів. | "Побудувати кут 45° з вершини точки А". |
| **Побудова серединного перпендикуляра до відрізка** | Завдання, що розвиває розуміння симетрії та навички роботи з конструктивними елементами. Учні використовують циркуль для побудови точок на рівній відстані. | "Побудувати серединний перпендикуляр до відрізка АВ довжиною 6 см". |
| **Побудова кола, вписаного у трикутник** | Складніша задача, яка вимагає кілька етапів. Учні знаходять точки перетину бісектрис для побудови кола, вписаного у трикутник, що допомагає зрозуміти властивості кіл та трикутників. | "Побудувати коло, вписане у трикутник з відомими сторонами". |
| **Побудова паралельних і перпендикулярних прямих** | Завдання на побудову простих геометричних конструкцій для розвитку просторових відношень, включаючи паралельність та перпендикулярність. | "Через точку С побудувати пряму, паралельну прямій АВ". |

Процес ознайомлення учнів 7 класу з задачами на побудову вимагає поступового введення нових понять та відпрацювання кожного етапу побудови під керівництвом вчителя. Це ознайомлення починається з демонстрації базових принципів побудови, які згодом стають основою для складніших задач. Вчитель починає з пояснення та показу кожного кроку побудови на прикладах простих фігур, використовуючи інструменти, такі як лінійка, циркуль і транспортир, а також інтерактивну дошку чи моделі для візуалізації.

Ознайомлення учнів з різновидами планіметричних задач на побудову відбувається поетапно таким чином:

1. *Введення поняття про типи побудов.* На першому етапі учні знайомляться з різними типами задач на побудову, такими як побудова трикутника за сторонами, кута певного градуса чи перпендикуляра до відрізка. Вчитель пояснює, для чого застосовується кожен тип побудови, і як ці знання можна використовувати для розв’язання різних практичних задач.
2. *Покрокова демонстрація.* Після ознайомлення з теоретичними основами кожного типу побудови вчитель демонструє послідовність дій. Наприклад, при побудові трикутника за трьома сторонами вчитель детально пояснює, як потрібно відкреслити кожну сторону, провести дуги з різних вершин за допомогою циркуля і з’єднати точки перетину для завершення трикутника. Учні повторюють кроки разом із вчителем, спостерігаючи за логікою та послідовністю дій.
3. *Колективна робота.* Наступний етап – колективне розв’язання задачі, коли вчитель задає учням індивідуальні кроки або запитання щодо побудови, стимулюючи їхню участь у процесі. Наприклад, для задачі на побудову серединного перпендикуляра учні можуть по черзі виконувати різні кроки, а вчитель допомагає їм, коментуючи важливі аспекти побудови та підказуючи, коли це необхідно. Така інтерактивна діяльність допомагає учням закріпити послідовність дій.
4. *Практична робота у зошитах або на інтерактивній дошці.* На цьому етапі учні працюють над завданнями самостійно, виконуючи побудови у зошитах або використовуючи інструменти на інтерактивній дошці. Наприклад, учні можуть отримати завдання побудувати паралельну пряму або кут певного градуса, що дозволяє їм на практиці застосовувати вивчені підходи і розвивати впевненість у власних знаннях.
5. *Самостійне виконання з подальшим обговоренням.* Після того як учні освоять основні типи задач на побудову, вчитель пропонує їм самостійно виконати схожі завдання, а після цього організовує обговорення, де учні пояснюють свої рішення. Наприклад, учень може пояснити, як він будував кут заданої величини, а інші учні можуть доповнювати чи пропонувати інші підходи. Це допомагає учням поглибити розуміння та набути впевненості в тому, що вони здатні самостійно справлятися із задачами на побудову.

Важливим компонентом ознайомлення є систематичне використання практичних завдань для закріплення нових знань. Наприклад, учні можуть отримати завдання побудувати різні трикутники за заданими сторонами, а потім порівняти їхні властивості. Це дозволяє не лише запам’ятати кроки побудови, але й зрозуміти логіку та взаємозв’язки між елементами фігур. Іншим завданням може бути побудова рівнобедреного трикутника або знаходження центру кола, вписаного у трикутник. Ці завдання дають учням практичний досвід і впевненість у своїх навичках, що є важливою частиною засвоєння планіметрії.

Таким чином, поетапне ознайомлення учнів із задачами на побудову, підкріплене використанням інтерактивних засобів та практичними завданнями, дозволяє забезпечити глибоке розуміння планіметрії та розвинути необхідні навички для подальшого вивчення геометрії.

**3.4. Використання інтерактивних інструментів, таких як динамічна геометрія (GeoGebra), для розв’язання задач**

Сучасні інтерактивні інструменти, такі як GeoGebra, надають можливість учням вивчати геометрію на новому рівні, дозволяючи візуалізувати, досліджувати та моделювати геометричні об'єкти. Програма GeoGebra є потужним інструментом для динамічного вивчення геометрії, оскільки дозволяє працювати з різними геометричними фігурами, розв’язувати задачі на побудову, аналізувати властивості фігур та їх відношення.

GeoGebra – це безкоштовне програмне забезпечення для вивчення математики, яке об'єднує елементи геометрії, алгебри, таблиць, графіків, статистики та обчислень в інтерактивному середовищі. Ця програма призначена як для учнів, так і для вчителів, оскільки дозволяє легко моделювати та вивчати математичні концепції на різних рівнях складності. GeoGebra особливо корисна для вивчення геометрії, оскільки вона пропонує потужні інструменти для побудови та аналізу геометричних фігур, що робить навчання більш наочним і динамічним.

Основні інструменти GeoGebra для вивчення геометрії:

1. *Інструменти для побудови фігур.* GeoGebra дозволяє легко будувати точки, відрізки, прямі, кола, кути та інші геометричні фігури. Користувач може створювати фігури, просто обираючи відповідний інструмент на панелі та клацаючи мишею по робочій області. Наприклад, за допомогою інструменту "Відрізок" можна побудувати відрізок між двома точками, або використовуючи "Коло з центром та радіусом", можна побудувати коло заданого радіуса. GeoGebra також підтримує точне налаштування параметрів побудови – користувач може вказати конкретні значення для довжини відрізка або величини кута, що дозволяє робити точні розрахунки та побудови.
2. *Інтерактивна зміна елементів.* Однією з найбільш цінних функцій GeoGebra є можливість динамічно змінювати елементи побудови. Учень може перетягувати точки, змінювати розміри фігур та спостерігати за тим, як зміни впливають на інші елементи конструкції. Це особливо корисно для розуміння геометричних властивостей і відношень, наприклад, як змінюється площа трикутника при зміні довжин його сторін, або як поводяться кути при зміні форми чотирикутника. Такий підхід дозволяє учням проводити експерименти з фігурами та краще зрозуміти їх властивості.
3. *Алгебраїчне представлення.* Кожна геометрична побудова в GeoGebra супроводжується алгебраїчним представленням. Програма автоматично генерує рівняння для прямих, значення кутів, координати точок та інші параметри фігур. Це дозволяє учням побачити, як геометричні об'єкти пов'язані з алгебраїчними рівняннями. Наприклад, після побудови прямої між двома точками можна побачити її рівняння, що робить зв'язок між алгеброю і геометрією більш наочним. Учні можуть редагувати ці параметри, змінюючи відповідні фігури, що сприяє інтеграції знань з різних розділів математики.
4. *Інструменти для побудови складних конструкцій.* GeoGebra пропонує інструменти для побудови складніших геометричних конструкцій, таких як бісектриси, медіани, перпендикуляри та паралельні прямі. Ці інструменти значно полегшують виконання задач на побудову, які потребують високої точності та багатоетапної роботи. Наприклад, за допомогою інструмента "Бісектриса" можна швидко знайти точку, яка ділить кут навпіл, що є корисним для побудови кола, вписаного у трикутник.
5. *Анімація та дослідження залежностей.* У GeoGebra можна створювати анімації, які дозволяють візуалізувати залежності між елементами геометричних об'єктів. Наприклад, можна задати значення для змінної та змінювати його поступово, спостерігаючи за тим, як змінюється положення або форма фігури. Це може бути корисним для вивчення властивостей фігур або для спостереження за поведінкою динамічних об'єктів, таких як траєкторії руху точок на колі. Учні можуть експериментувати, змінюючи значення параметрів та вивчаючи, як це впливає на фігуру.

GeoGebra є універсальним інструментом, який може бути використаний для вивчення геометрії на різних рівнях, від початкового ознайомлення з простими фігурами до складних задач на побудову та аналіз властивостей. Використання цього програмного забезпечення дозволяє вчителям створювати інтерактивні уроки, де учні активно беруть участь у процесі навчання, експериментуючи з геометричними об'єктами.

GeoGebra також підтримує створення та збереження готових моделей, що дозволяє учням повернутися до них пізніше для повторення або додаткового дослідження. Крім того, програма надає можливість ділитися моделями з іншими користувачами, що спрощує спільну роботу і може стати корисним інструментом для групових завдань.

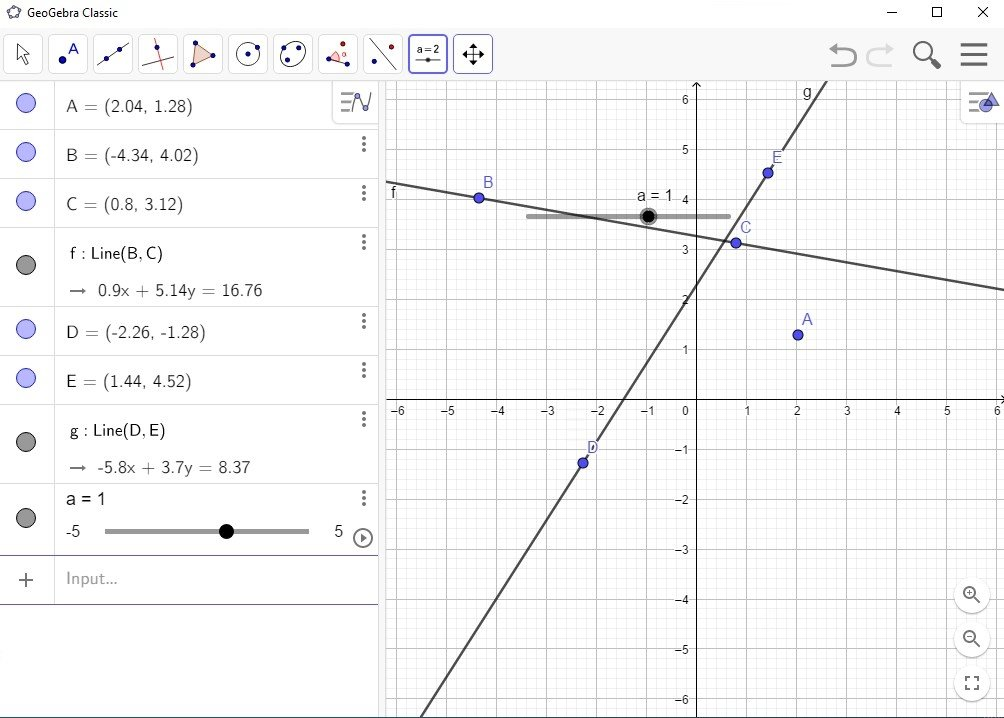
Приклади практичних задач у GeoGebra:

* *Побудова серединного перпендикуляра до відрізка* – учень може побудувати відрізок між двома точками та використовувати інструмент для знаходження серединного перпендикуляра. Далі можна спостерігати за тим, як змінюється розташування перпендикуляра при переміщенні кінцевих точок відрізка.
* *Дослідження властивостей трикутника* – за допомогою інструментів для побудови середин і висот можна створити трикутник і провести його медіани, висоти або бісектриси. Після цього можна знайти точку перетину цих елементів і дослідити її властивості, зокрема центр ваги або інші точки, які мають особливі властивості у трикутниках.
* *Побудова кола, вписаного у трикутник* – побудувати трикутник і за допомогою інструментів для побудови бісектрис знайти центр вписаного кола. Учні можуть змінювати форму трикутника, спостерігаючи за тим, як змінюється центр кола і його розмір.

GeoGebra дозволяє не тільки побудувати потрібні фігури, але й дослідити їхні властивості, змінюючи елементи в режимі реального часу. Це дає змогу учням швидко побачити, як зміна одного елемента (наприклад, кута чи довжини сторони) впливає на всю фігуру. Використання таких інструментів сприяє розвитку просторового мислення, наочності в навчанні та мотивації до самостійного вивчення геометрії.

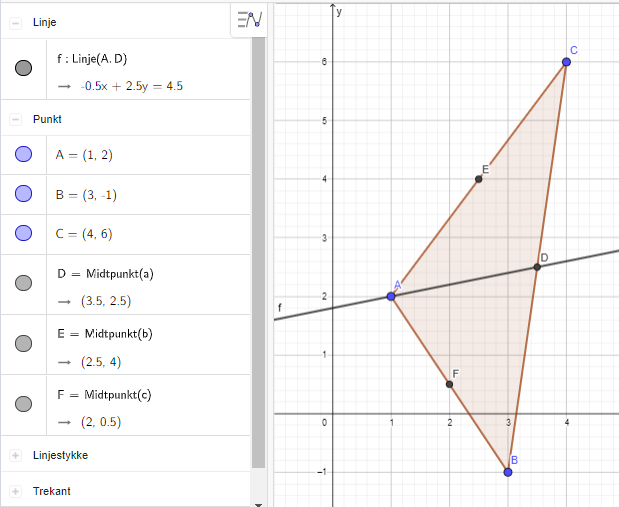
Розглянемо детальніше приклади використання GeoGebra для розв’язання задач на побудову.

*Скріншот 1. Побудова та аналіз прямих і точок перетину в GeoGerba*



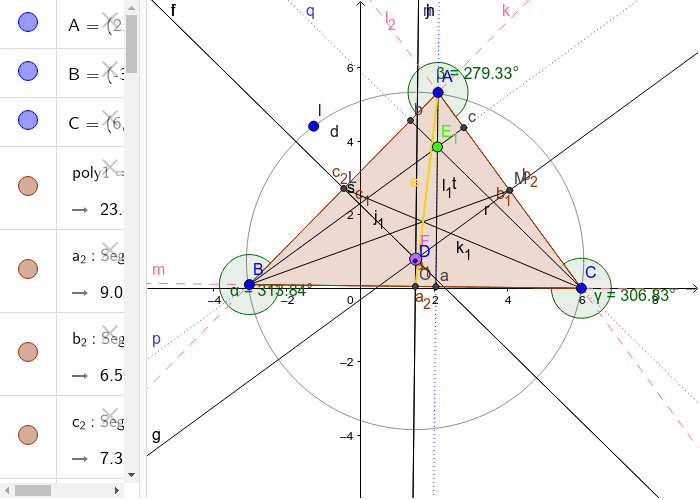
На цьому скріншоті продемонстровано побудову кількох точок (A, B, C, D, E) та двох прямих – f та g, що проходять через точки B і C, а також D і E відповідно. GeoGebra дозволяє легко отримувати рівняння цих прямих та знаходити їх точку перетину. У цьому прикладі можна змінювати положення точок, і програма автоматично оновлюватиме рівняння прямих та координати точок перетину. Це дозволяє учням краще зрозуміти властивості паралельних і перпендикулярних прямих та взаємодію між ними.

*Скріншот 2. Побудова середніх точок трикутника в GeoGebra*



На другому скріншоті показано побудову трикутника ABC та середніх точок сторін трикутника (точки D, E, F). У GeoGebra ці середини можна знайти автоматично, що дозволяє учням швидко будувати медіани, середні лінії та аналізувати властивості трикутників. Цей приклад ідеально підходить для вивчення теми середніх ліній трикутника, адже учні можуть експериментувати з різними положеннями вершин трикутника, спостерігаючи, як змінюються середні точки і відповідні лінії.

*Скріншот 3. Вписане коло та побудова перпендикулярів в GeoGebra*

**

Цей скріншот демонструє складнішу задачу, де побудовано трикутник із внутрішнім колом, вписаним у трикутник. Коло побудоване за допомогою бісектрис кутів трикутника, які перетинаються в точці, що є центром вписаного кола. GeoGebra дозволяє учням будувати бісектриси та перевіряти їх взаємне розташування, створюючи вписане коло. Такі побудови допомагають учням зрозуміти властивості вписаного кола, його зв’язок з трикутником і важливість правильного виконання кроків побудови.

Для учнів GeoGebra є зручним інструментом, який допомагає краще зрозуміти геометричні поняття через візуалізацію та експерименти. Це програмне забезпечення сприяє розвитку просторового мислення, оскільки учні можуть обертати, переміщувати та змінювати фігури, що дозволяє їм бачити зв'язки між елементами фігур та їх властивостями. GeoGebra робить навчання більш інтерактивним і дозволяє учням самостійно досліджувати геометричні об'єкти, роблячи навчання цікавим та наочним.

Завдяки можливостям GeoGebra, учні отримують інтерактивний доступ до складних геометричних концепцій, що допомагає їм краще підготуватися до практичних завдань та глибше розуміти математичні основи.

Інтерактивні програми, такі як GeoGebra, також полегшують виконання складних побудов, які вручну можуть зайняти значний час і вимагати ретельної точності. Крім того, учні можуть експериментувати з різними геометричними об'єктами, що допомагає краще зрозуміти та засвоїти складні геометричні концепції.

Таким чином, використання GeoGebra та інших інтерактивних інструментів у навчанні геометрії дозволяє учням ефективніше засвоювати матеріал, розвивати вміння працювати з геометричними фігурами та формувати навички динамічного мислення.

**ОСОБЛИВОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ УЧНІВ 7 КЛАСУ З ВИКОРИСТАННЯМ ІНТЕРАКТИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ РОЗВ’ЯЗАННЯ ПЛАНІМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ НА ПОБУДОВУ**

**4.1. Створення умов для самостійного дослідження та закріплення знань через використання цифрових та інтерактивних інструментів**

Організація самостійної роботи учнів з використанням інтерактивних технологій є важливим аспектом навчального процесу, оскільки вона сприяє розвитку самостійності, ініціативності та навичок розв'язання проблем. У 7 класі особливо корисно залучати цифрові та інтерактивні інструменти, такі як GeoGebra, для розв’язання планіметричних задач на побудову, адже вони дозволяють учням експериментувати з геометричними фігурами та аналізувати їхні властивості.

Однією з головних переваг інтерактивних інструментів є можливість самостійного дослідження геометричних об’єктів. Програми, такі як GeoGebra, надають учням середовище для вільного маніпулювання фігурами: вони можуть обертати, змінювати розміри, будувати нові фігури і спостерігати за взаємозв’язками між ними. Це дозволяє учням самостійно досліджувати властивості трикутників, чотирикутників, багатокутників та кола, що сприяє глибшому засвоєнню матеріалу і розвитку критичного мислення [7].

Наприклад, завдання побудувати правильний шестикутник і дослідити його симетрії можуть бути виконані у GeoGebra. Учні можуть використовувати інструменти для створення кутів та прямих, аналізуючи, як різні елементи шестикутника співвідносяться між собою. Таке самостійне дослідження допомагає учням глибше зрозуміти властивості правильних багатокутників та зв'язок між геометричними об’єктами [6].

Інтерактивні інструменти також надають можливість закріплення знань через розв’язання практичних завдань. Вчитель може створювати спеціальні задачі, де учні самостійно виконують побудови і проводять аналіз фігур. Наприклад, після ознайомлення з методикою побудови серединного перпендикуляра, учням можна дати завдання побудувати трикутник і провести всі три серединні перпендикуляри, щоб знайти їх точку перетину. Така діяльність дозволяє учням закріпити знання про основні властивості трикутника та розвинути навички точності й послідовності дій [4].

Крім того, завдяки інтерактивним інструментам, учні можуть самостійно перевіряти свої результати, що підвищує їхню впевненість у власних знаннях. Наприклад, GeoGebra автоматично показує координати точок і рівняння прямих, що дозволяє учням легко перевірити точність своєї побудови. Це сприяє закріпленню матеріалу, адже учні самостійно аналізують свої помилки і вдосконалюють свої навички [3].

Для успішної організації самостійної роботи важливо створити спеціальні навчальні ресурси. Це можуть бути інтерактивні моделі, інструкції для виконання побудов, покрокові відеоуроки чи презентації. Наприклад, вчитель може надати учням доступ до відеоуроків із поясненням, як будувати конкретні геометричні фігури в GeoGebra, або розробити посібники, що містять покрокові інструкції з виконання задач [9]. Це допомагає учням працювати самостійно, оскільки вони мають доступ до підтримуючих матеріалів, які пояснюють кожен етап роботи.

Таким чином, використання інтерактивних технологій створює ефективні умови для організації самостійної роботи учнів. Це не лише сприяє глибшому засвоєнню геометричних знань, але й розвиває важливі навички самостійного дослідження, аналізу і самооцінки, що є важливими для формування компетентностей у навчальному процесі.

**4.2. Методичні рекомендації для ефективної самостійної роботи учнів з планіметричними задачами**

Для організації самостійної роботи учнів з планіметричними задачами необхідно враховувати як рівень підготовки учнів, так і особливості використання інтерактивних технологій. Методичні рекомендації можуть допомогти вчителям забезпечити ефективне самостійне навчання, підвищити інтерес учнів до геометрії та покращити їхні результати.

Основні методичні рекомендації для організації роботи з планіметричними задачами наступні:

* *Забезпечення доступу до інструкцій та підтримуючих матеріалів.* Важливо надати учням чіткі інструкції, які пояснюють кроки виконання задач на побудову. Наприклад, вчитель може розробити покрокові інструкції з використанням програмного забезпечення, такого як GeoGebra, де описано, як побудувати певні фігури та які інструменти для цього потрібні. Інтерактивні відеоуроки чи текстові посібники також можуть бути корисними, адже учні зможуть звертатися до них у будь-який час, якщо виникнуть труднощі.
* *Розробка системи самоперевірки.* Завдання для самостійної роботи повинні включати елементи самоперевірки, що дозволить учням оцінити власну точність і правильність побудов. Наприклад, у GeoGebra учні можуть перевірити координати точок, довжини відрізків або величини кутів після виконання побудови. Також корисно створювати контрольні питання або зразки правильних відповідей, щоб учні могли самостійно оцінити свої результати.
* *Стимулювання аналітичного мислення через задачі на побудову.* Рекомендовано включати до самостійної роботи задачі, які потребують аналізу та планування кількох етапів побудови. Це можуть бути завдання з умовами, що вимагають розгляду різних варіантів рішень. Наприклад, задачі на побудову трикутника за трьома сторонами або на знаходження серединного перпендикуляра дозволяють учням глибше дослідити властивості фігур, що сприяє розвитку аналітичного мислення.
* *Впровадження задач з практичним застосуванням.* Щоб підвищити мотивацію учнів, варто включати задачі з практичним застосуванням, які ілюструють використання геометричних знань у реальному житті. Наприклад, можна запропонувати учням побудувати план будинку або моделювати розташування об’єктів на певній площі. Це допомагає учням зрозуміти значення геометрії та побудов, а також розвиває навички, корисні для подальшого навчання та життя.
* *Розподіл завдань за рівнем складності*. Важливо розробити завдання різного рівня складності, щоб кожен учень мав можливість виконати завдання відповідно до своїх знань та здібностей. Завдання базового рівня можуть включати прості побудови, такі як побудова кута або серединного перпендикуляра. Складніші задачі можуть вимагати від учнів кількох етапів побудови або додаткового аналізу, наприклад, побудова вписаного кола в трикутник. Такий підхід дозволяє підтримувати інтерес до навчання та сприяє поступовому підвищенню рівня підготовки учнів.
* *Підтримка самостійності через творчі завдання.* Корисно включати творчі завдання, які дозволяють учням самостійно досліджувати та застосовувати свої знання. Це можуть бути проєкти, де учні самі визначають кроки побудови або вибирають способи розв'язання задач. Наприклад, можна запропонувати учням створити композицію з геометричних фігур, дотримуючись певних умов. Такі завдання розвивають уяву, креативність та здатність до самостійного мислення.

Ці методичні рекомендації допомагають учням не тільки глибше розуміти геометричні поняття, але й розвивати важливі навички самостійного навчання, такі як відповідальність, самооцінка та креативність.

**ВИСНОВКИ**

Проведене дослідження підтвердило важливість організації навчального процесу з використанням інтерактивних технологій для вивчення геометрії в 7 класі. Основною метою роботи було виявлення та обґрунтування методичних підходів до формування знань, умінь і навичок учнів у розв’язуванні планіметричних задач на побудову. У ході роботи вдалося досягти цієї мети, детально розглянувши та проаналізувавши специфіку використання інтерактивних інструментів, зокрема програми GeoGebra, для підтримки самостійної роботи учнів.

Основні результати дослідження:

1. *Визначення вікових особливостей учнів 7 класу.* Розглянуто специфіку розвитку мислення в учнів середнього шкільного віку, зокрема здатність до абстрактного мислення та візуалізації просторових об’єктів. Ці особливості враховувалися при розробці рекомендацій для навчання з використанням інтерактивних технологій, що сприяє кращому засвоєнню матеріалу.
2. *Обґрунтування актуальності використання інтерактивних технологій.* Використання таких інструментів, як GeoGebra, є важливим для підвищення мотивації та залученості учнів у процес вивчення геометрії. Інтерактивні засоби допомагають учням легше зрозуміти складні геометричні концепції, забезпечуючи можливість експериментувати з фігурами, перевіряти правильність побудов і самостійно аналізувати власні помилки.
3. *Аналіз впровадження задач на побудову в курс геометрії 7 класу.* Розглянуто основні типи планіметричних задач на побудову, адаптованих для учнів цього віку, та визначено їхню роль у розвитку логічного мислення, просторової уяви і здатності до аналізу геометричних властивостей.
4. *Підтвердження ефективності інтерактивних інструментів для навчання геометрії.* Програма GeoGebra показала себе як потужний інструмент, який надає учням можливість самостійно досліджувати властивості геометричних фігур, спостерігати за взаємозв’язками між елементами конструкцій, створювати та змінювати побудови в динамічному середовищі. Це значно підвищує ефективність навчального процесу та сприяє глибшому розумінню планіметрії.
5. *Розробка рекомендацій для ефективної організації самостійної роботи.* У роботі представлено методичні рекомендації для організації самостійної роботи учнів із завданнями на побудову. Було підкреслено важливість надання інструкцій, можливості самоперевірки, розробки завдань різного рівня складності та включення творчих елементів для розвитку креативного мислення учнів.

Результати роботи показують, що інтеграція інтерактивних технологій у процес навчання геометрії в 7 класі є виправданою та ефективною. Використання таких засобів, як GeoGebra, не тільки покращує розуміння матеріалу, а й розвиває навички самостійної роботи, відповідальності та впевненості у власних знаннях. Інтерактивні завдання на побудову дають учням можливість відчути себе дослідниками, що робить процес навчання цікавішим і мотивує до подальшого вивчення геометрії.

Для вдосконалення навчального процесу буде корисно розробити більше методичних матеріалів, адаптованих для використання інтерактивних інструментів у навчанні геометрії, зокрема створення тематичних задач на побудову для різних рівнів підготовки. Дослідження також можуть бути спрямовані на вивчення впливу інтерактивних технологій на успішність учнів та розвиток їхніх навичок розв'язання задач.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

1. Бурда М. І., Тарасенкова Н. А. Геометрія: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. М. І Бурда, Н. А. Тарасенкова. Київ: Видавничий дім "Освіта", 2015. 208 с.
2. Бурда М. І. “Застосування допоміжних елементів у розв’язуванні задач підручника з геометрії”, Проблеми сучасного підручника, Інститут педагогіки НАПН України: Педагогічна думка, Вип. 22, с. 30-37, 2019.
3. Бевз Г.П. "Уроки геометрії в 7 класі". Посібник для вчителів. Г.Бевз, В.Бевз, Н.Владімірова. К., "Вежа", 2008. 128 с.
4. Бойко Л. Методика реалізації міжпредметних зв’язків математики і фізики на уроках геометрії 7-9 класів. Математика в школі. 2008. №6. С. 17-22.
5. Використання золотого перерізу під час розв’язування геометричних задач в основній школі; упорядники: Л.Ф. Михайленко, О.Ю. Покорнюк. Вінниця, 2011. 69 с.
6. Істер О. С. Геометрія: підруч. для 7-го кл. загальноосвіт. навч. закл. О. С. Істер. Київ: Генеза, 2015. 184 с.
7. Коростіянець Т. П. Планіметрія в шкільному курсі математики: Навчально-методичний посібник для організації самостійної роботи та дистанційного навчання за курсом "Методика навчання шкільного курсу математики" для здобувачів освітнього рівня "бакалавр". Спеціальність 014 середня освіта (Математика) Т. П. Коростіянець. Одеса: Університет Ушинського, 2023. 155 с.
8. Кушнір І.А. Геометрія трапеції в задачах: (навч.-метод. посіб.) І. А. Кушнір. Харків: Основа, 2009. 80 с.
9. Ленчук І. Г. Система навчання майбутнього вчителя конструктивної геометрії. Житомир, Україна: ЖДУ імені І. Франка, 2011.
10. Матяш О. І. Збірник навчально-методичних задач з методики навчання геометрії в школі. О. І. Матяш, А. Л. Воєвода, Л. Ф. Михайленко, Л. Й. Наконечна. Вінниця: ТОВ «Нілан-ЛТД», 2012. 392 с.
11. Матяш О. І. Методичні вказівки щодо впровадження прикладної спрямованості в процесі навчання планіметрії в основній школі / О. І. Матяш, Н. В. Волощук-Тихоненко. Вінниця: ВДПУ, 2010. 54 с.
12. Матяш О. І. Методичні вказівки щодо систематизації та узагальнення фактів і методів планіметрії при вивченні геометрії в старшій школі . О. І. Матяш, К. І. Полянська. Вінниця: ВДПУ, 2013. 42 с.
13. Матяш О. І. Методичні вказівки щодо формування знань та умінь учнів з теми «Чотирикутники». О. І. Матяш, К. І. Полянська, В. П. Слободян. Вінниця: ВДПУ, 2012. 72 с.
14. Матяш О. І. Підготовка майбутніх учителів математики до використання інтерактивної дошки у навчанні математики / О. І. Матяш, Д. О. Бабюк. Вінниця: ВДПУ, 2012. 88 с.
15. Мерзляк А. Г. Геометрія: підручник для 7-го класу. А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Харків: Гімназія, 2009. 208 с.
16. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів з математики для 5-9 класів, затверджена Наказом Міністерства освіти і науки України від 07.06.2017 № 804.
17. Навчальні програми з математики для загальноосвітніх навчальних закладів України + опис ключових змін. 5-9 класи. Київ, Видавничий дім "Освіта", 2017. 56 с.
18. Ненхо Т. Вивчення шкільної геометрії як засіб розвитку різних видів мислення учнів. Математика в школі. 2003. №2. С. 34-35.
19. Нєдялкова К. В. Методика навчання планіметрії у 7 класі Нової української школи (для здобувачів вищої освіти за першим (бакалаврським) рівнем освітньо-професійних програм «Середня освіта (Математика. Інформатика)», «Середня освіта (Математика. Мова і література (англійська))», Середня освіта (Фізика. Математика)): навчальний посібник. Одеса: Університет Ушинського, 2024. 204 с.
20. Тарасенкова Н.А. "Математика. На допомогу вчителю". Київ. Видавничий дім "Освіта". 2013. 56 с.
21. Чашечникова О. С. “Розв’язування задач на побудову як один із шляхів залучення учнів різних груп до творчої діяльності з математики”, Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова.Фізика і математика у вищій і середній школі, Вип. 6, 2010. С. 139-148,
22. Юхименко О. Комп’ютерна підтримка методики навчання учнів розв’язування задач з геометрії. О. Юхименко, А. Ярмілко, С. Заскалета. Математика. 2009. №23. С. 17.
23. Ясінський В. Використання гармонічних четвірок точок і прямих при розв’язуванні планіметричних задач на математичних олімпіадах. Математика в школі. 2010. №1-2. С. 33.